一种求解矩形排样问题的遗传-离散粒子群优化算法

黄　岚[1],齐　季[2],谭　颖[1],杨　滨[1]
(1.吉林大学计算机科学与技术学院,吉林长春 130012;2.总参陆航研究所,北京 101121)

摘　要: 针对制造业领域的矩形优化排样问题,提出一种遗传-离散粒子群优化算法.引入交换子和交换序概念,解决了标准粒子群优化算法在求解组合优化问题时粒子的更新难以描述问题;融合遗传算法的交叉与变异思想,增强了粒子群的多样性和稳定性;同时采用改进的最低水平线搜索算法加快算法的收敛速度,并解码形成排样方案.通过实验数据对比,验证了该算法在求解矩形排样问题中的高效性和鲁棒性.

关键词: 离散粒子群优化;遗传算法;最低水平线搜索;矩形排样
中图分类号: TP391　**文献标识码:** A　**文章编号:** 0372-2112 (2012)06-1103-05
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn　**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.06.006

A Genetic-Discrete Paticle Swarm Optimization Algorithm for Rectangular Packing

HUANG Lan[1], QI Ji[2], TAN Ying[1], YANG Bin[1]
(1. *College of Computer Science and Technology*, *Jilin University*, *Changchun*, *Jilin* 130012, *China*;
2. *Institute of Army Aviation*, *Beijing* 101121, *China*)

Abstract: For the optimization problem of rectangular packing in manufacturing field, a genetic-discrete particle swarm optimization is proposed. Through introducing the concepts of exchange operator and exchange sequence, the difficult problem of describing the update particles in the standard particle swarm optimization algorithm for combinatorial optimization problem is solved. Combining the idea of mutation and crossover in genetic algorithm strengthens the diversity and stability of the particle swarm. An improved lowest horizontal search algorithm is proposed to accelerate the convergence speed and can be used to decode to packing layout. The experimental data show that the proposed algorithm is effective and robust in solving the problem of rectangular packing.

Key words: descrete partical swarm optimization; genetic alogorighm; lowest horizontal search algorithm; rectangular packing

1　引言

矩形优化排样问题是将多个矩形件互不重叠地排放在矩形板材中,使得板材的利用率最高.矩形优化排样问题是制造业领域的一个普遍问题,广泛地出现在金属切割、服装、玻璃、塑料、木材加工和航天工业中.由计算复杂性理论可知,该问题属于 NP 完全问题,在多项式时间内无法获得其精确解.为此,不少学者在这方面作了大量研究,早期曾提出一些启发式算法[1],近年来,有学者应用人工神经网络算法[2]、遗传算法[3,4]等智能优化算法对该问题进行了尝试,由于各算法自身的局限性,求得结果并不令人十分满意.

本文提出一种遗传-离散粒子群优化算法(Genetic-Discrete Particle Swarm Optimization,简称 GDPSO),将离散粒子群优化算法[5,6]与遗传算法相结合求解矩形排样问题,突破了粒子群算法的速度模型限制,并且能够保证信息交流融合的连续性和稳定性.实验结果表明,该算法能够求得满意的排样方案.

2　矩形排样问题

矩形排样问题描述为:在一个宽为 W,长为无限长的板材 P 上排放 N 种矩形件,每种矩形件的长为 l_i

收稿日期:2011-01-20;修回日期:2011-04-26
基金项目:国家自然科学基金(No.60873146,No.60973092,No.60903097);"符号计算与知识工程"教育部重点实验室项目;吉林省科技发展计划重点项目(No.20110354)

$(1 \leqslant i \leqslant N)$,宽为 $w_i(1 \leqslant i \leqslant N)$.排样过程中尽量做到矩形件间的间隙最小,矩形件的最高轮廓线最低,以使板材的利用率 E 达到最大.

$$E = h/L \tag{1}$$

$$h = \sum_{i=1}^{N} (w_i \times l_i)/W \tag{2}$$

其中,h 为所有矩形件面积之和除以母板宽度所得到理论最优高度;L 为排放完毕后的最大高度,即排样图中最高的矩形件边界.显然,利用率 E 的取值范围为 $(0,1)$.

3 改进的最低水平线搜索排样算法

传统的最低水平线法是一种不断更新水平线集合的排样算法,其基本思想是每当要排入一个矩形 P_i 时,就在水平线集中选取最低的一段水平线,判断该段线的宽度是否能够容纳该矩形 P_i,如果排不下则更新次水平线为最低水平线,判断新最低水平线能否排入该零件,若依然排不下则继续执行提升水平线的操作,直至能排入为止.

传统的最低水平线法最大的缺陷在于并没有能利用最高轮廓线以下已排矩形件间的空隙.而最低水平搜索算法则是在传统最低水平线法的基础上引入了搜索策略,即当最低水平线的宽度不够排放当前所选的零件时,并不立即提升水平线,从该矩形件所在位置起向后搜索一个可以放得下的矩形件,同时互换这两个矩形件的位置.若向后搜索不到合适的未排矩形件,再提升最低水平线.

上述最低水平线搜索算法在每次搜索时只比较第一个合适的矩形件和最低水平线的宽度,没有考虑矩形件的可旋转放置性,以及材料利用的充分性,本文对最低水平线搜索算法做如下改进:当最低水平线无法容纳当前位置矩形,准备提升最低水平线时,对当前位置后面矩形件进行搜索,若有一个以上的符合条件的未排矩形件,则选取长或宽和最低水平线的宽度最为接近的一个与当前矩形件互换位置;若不存在这样的矩形件,再提升最低水平线.

通过改进的最低水平线搜索排样算法,实现了对板材剩余面积的最大限度利用.

4 标准粒子群优化算法与离散粒子群优化算法

粒子群优化算法(PSO)[7]是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种进化计算技术,是在鸟群和人类行为规律启发下提出来的.该算法建模简单,设置参数少,在神经网络训练、模糊系统控制等计算工程领域中得到了广泛的应用.但是由于粒子速度迭代模型的限制,虽然 PSO 算法在很多连续优化问题中已经得到成功的应用,但在离散及组合优化领域中的研究和应用还相对较少.

PSO 算法与其它进化算法相似,也采取"群体"与"进化"的概念,依据个体间的协作与竞争通过对个体适应度进行评价,实现复杂空间中最优解的搜索.PSO 系统中,粒子代表一个候选解,具有位置和速度两个特征.其中,每个粒子 i 包含一个 D 维的位置向量 $\boldsymbol{x}_i = (\boldsymbol{x}_{i1}, \boldsymbol{x}_{i2}, \cdots, \boldsymbol{x}_{iD})$ 和速度向量 $\boldsymbol{v}_i = (\boldsymbol{v}_{i1}, \boldsymbol{v}_{i2}, \cdots, \boldsymbol{v}_{iD})$.粒子 i 在搜索解空间时,保存其搜索到的最优位置 $\boldsymbol{p}_i$,在每次迭代中,粒子 i 根据自身惯性、自身经验 $\boldsymbol{p}_i$ 和群体最优经验 $\boldsymbol{p}_g$ 调整自己的速度向量,进而调整自身位置.学习因子 c_1 和 c_2 是非负常数;r_1 和 r_2 是取值介于 $(0,1)$ 之间均匀分布的随机数.

$$\boldsymbol{v}_{id} = \boldsymbol{v}_{id} + \boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{r}_1 (\boldsymbol{p}_{id} - \boldsymbol{x}_{id}) + \boldsymbol{c}_2 \boldsymbol{r}_2 (\boldsymbol{p}_{gd} - \boldsymbol{x}_{id}) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{x}_{id} = \boldsymbol{x}_{id} = \boldsymbol{v}_{id}, i = 1, 2, \cdots, n; d = 1, 2, \cdots, D \tag{4}$$

其中,式(3)等式右边三项:$\boldsymbol{v}_{id}$,$\boldsymbol{c}_1 \boldsymbol{r}_1 (\boldsymbol{p}_{id} - \boldsymbol{x}_{id})$ 和 $\boldsymbol{c}_2 \boldsymbol{r}_2 (\boldsymbol{p}_{gd} - \boldsymbol{x}_{id})$ 分别对应保持惯性,依据自身经验和依据种群经验三条原则.

PSO 算法虽然成功地应用于连续优化问题中,但在组合优化问题中的研究和应用还很少.我们早期通过引入交换子和交换序的概念对标准粒子群算法进行了改造[5],其思想可用于解决一般的组合优化问题.

交换子:设解序列 $\boldsymbol{S} = (a_i)$,$i = 1, 2, \cdots, n$ 定义交换子 $\boldsymbol{S}_o(i_1, i_2)$ 为解序列 $\boldsymbol{S}$ 中的点 $\boldsymbol{a}_{i_1}$ 和 $\boldsymbol{a}_{i_2}$,则由原解序列 $\boldsymbol{S}$ 和交换子 $\boldsymbol{S}_o$ 构造新解如下:$\boldsymbol{S}' = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S}_o(i_1, i_2)$ 这里的"+"具有新的意义.

交换序:一个或多个交换子的有序队列就是交换序,记作 $\boldsymbol{S}_s$,$\boldsymbol{S}_s = (S_{O_1}, S_{O2}, \cdots, S_{O_n})$.其中 $(S_{O_1}, S_{O_2}, \cdots, S_{O_n})$ 是交换子,它们之间的顺序是有意义的.

标准 PSO 算法步骤,以及离散粒子群优化算法的步骤描述详见文献[5].

5 求解矩形排样问题的遗传-粒子群优化算法

遗传-离散粒子群算法(GDPSO)以离散粒子群优化算法为基础,引入遗传算法思想,每个粒子对应一个排样序列,通过遗传算法的交叉和变异操作来更新粒子,对式(3),使当前解与个体极值和全局极值分别作交叉操作,产生的解为粒子在解空间中的新位置.

5.1 编码与解码

粒子的编码采用十进制整数编码方式,将矩形件的编号连成序列,正数表示横放,负数表示竖放.

粒子的解码采用前面提出的改进的最低水平线搜索排样算法,能快速将粒子的编码串解析为排样方案.

5.2 交叉与变异

本文提出的 GDPSO 算法借鉴了文献[8]的染色体交叉方法,保证粒子每次更新后最大程度保留更新后的信息,并采用多次更新的方式,即先与局部最优交叉,产生新的位置再与全局最优位置交叉,这样能够保证信息交流融合的连续性和稳定性.

染色体的交叉过程如下:

假设染色体 C 由不变片段 C_1 和交叉片段 C_2 两部分组成.对两条染色体 C' 和 C''(C' 和 C'' 的染色体长度和交叉片段长度相同)实现交叉操作的具体步骤如下:

(1)对 C' 和 C'',把不变部分的两组基因片段 C_1' 和 C_1'' 进行对比,除去相同基因元素后,提取基因片段并保存,设为 CC_1' 和 CC_1'',CC_1' 和 CC_1'' 基因片段顺序不改变;

(2)对 C' 和 C'',把交叉部分的两组基因片段 C_2' 和 C_2'' 进行对比,对于二者不相同的部分,分别用 CC_1' 和 CC_1'' 替换.

(3)把 C' 和 C'' 的交叉部分进行对换(C_2' 替换为 C_2'',C_2'' 替换为 C_2'),形成新染色体 $\bar{C}'$ 和 $\bar{C}''$.

染色体的变异过程如下:

假设染色体 C 长度为 n,先设定范围为 0.001 ~ 0.1 之间的变异概率 P,产生随机数 R,将此随机数与 P 比较,如果 $P > R$,产生两个随机数 r_1, r_2($r_1 \neq r_2, r_1 \leqslant n, r_1 \leqslant n$),对 r_1, r_2 确定的基因片段进行反转操作,得到新染色体 $\bar{C}$.

5.3 适应度函数

GDPSO 算法中的适应度函数 F 可采用排样方案对应的材料利用率 E,适应度函数的数值越大越好.根据式(1)和(2),有

$$F = E = h/L = \sum_{i=1}^{N} (w_i \times l_i)/W * L \tag{5}$$

5.4 算法描述

设定群体中粒子数为 n,最大迭代次数 m,设粒子当前位置 x^t,该粒子的最优位置是 p_{best},群体的最优位置是 g_{best}.算法具体步骤如下:

(1)初始化粒子群,按 5.1 编码方案随机初始化各个粒子;

(2)按 5.2 染色体交叉与变异方案对粒子做如下变化:

①粒子的当前位置 x^t 与其最优位置 p_{best} 交叉得到 x'^t;

②x'^t 与全局最优位置 g_{best} 交叉得到 x''^t;

③对 x''^t 进行变异得到 x^{t+1};

(3)根据 x^{t+1} 和 5.3 适应度函数计算适应度值 $f(x^{t+1})$,并与 $f(x^t)$ 进行比较:

①如果 $f(x^{t+1}) > f(x^t)$,则把粒子位置更新为 x^{t+1},并比较 $f(x^{t+1})$ 与 $f(p_{\text{best}})$;如果 $f(x^{t+1}) > f(p_{\text{best}})$,则把该粒子的最优位置 p_{best} 更新为 x^{t+1},并比较 $f(x^{t+1})$ 与 $f(g_{\text{best}})$;若 $f(x^{t+1}) > f(g_{\text{best}})$,则把群体的最优位置 g_{best} 更新为 x^{t+1}.

②如果 $f(x^{t+1}) < = f(x^t)$,则粒子位置不变.

(4)重复步骤(2) ~ (3)直至群体每个粒子更新完毕;

(5)重复步骤(2) ~ (4)直至达到最大迭代次数或者达到理论上最佳利用率.

6 实验分析

实验设定粒子群大小为 50,迭代最大代数为 500 次.排样图中矩形件编号根据数据表中序号依次编排.

实验 1　数据来源于文献[9].矩形件的长、宽如表 1 所示:

表 1　求解 50 个矩形的排样算例

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
长	6	6	3	4	4	6	6	5	4	3	5	5	3	2
宽	5	7	4	4	6	3	2	2	2	3	4	3	2	2
个数	1	1	14	2	2	3	1	4	8	3	1	1	6	3

对于数据表 1 所示算例,文献[9]和文献[10]采用遗传算法求解,文献[11]采用离散粒子群算法求解.文献[9]和文献[10]设板材宽度为 40,在迭代 2000 代终止时,得到最低高度分别为 17 和 16,此时板材利用率为 88.24% 和 93.75%;文献[7]设定宽 15,得到的最低高度为 42,此时板材利用率为 95.24%;而本文提出的 GDPSO 算法经过 20 次独立运行取平均值,迭代 200 次时趋于稳定,在定宽为 15 时,所得高度为 41,此时板材利用率为 97.56%,优于上述文献所得的排样方案.本文算法所得排样方案如图 1 所示.

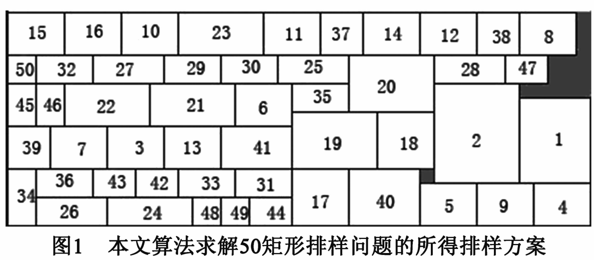

图1　本文算法求解50矩形排样问题的所得排样方案

实验 2　数据来源于文献[12],设定板材宽度为 400,切缝宽度为 2,矩形体的长、宽数据如表 2 所示:

表 2　求解 59 个矩形的排样算例

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
长	25	18	79	121	29	64	36	48	11	46	55	87	39	31	41	78	19	63	10	50
宽	36	24	84	30	48	98	21	59	17	121	22	41	72	25	65	24	11	36	30	61
个数	4	5	3	4	11	2	2	3	2	2	1	2	2	2	2	3	2	2	3	2

文献[12]采用遗传算法结合改进的最低水平线进

行计算,并实现了文献[10]算法,当进化代数为 20 的情况下,文献[10]算法和文献[12]算法求得板材平均利用率分别为 78.35% 和 85.23%.本文算法在迭代次数为 50 时,经过 20 次独立运行取平均值,求得平均利用率为 87.40%.本文算法所得排样方案如图 2 所示.

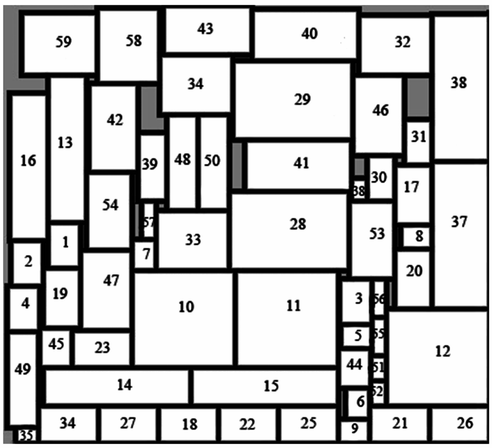

图2 本文算法求解59矩形排样问题的所得排样方案

实验 3 数据来源于 http://www.laria.u-picardie.fr/hifi/OR-Benchmark/,板材宽度为 135mm,矩形体的长、宽数据如表 3 所示:

表 3 求解 69 个矩形的排样算例

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
长	39	59	31	51	27	31	63	41	22	54	35	31	27	53	41
宽	28	23	65	37	45	69	41	54	37	29	47	18	21	19	23
个数	4	2	3	1	2	4	2	2	5	1	12	3	1	1	4
序号	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
长	12	29	27	31	43	41	39	38	37	36	35	34	23	32	31
宽	37	19	67	49	31	30	29	28	27	26	25	24	33	22	41
个数	5	2	3	3	1	2	1	2	3	2	1	1	2	3	1

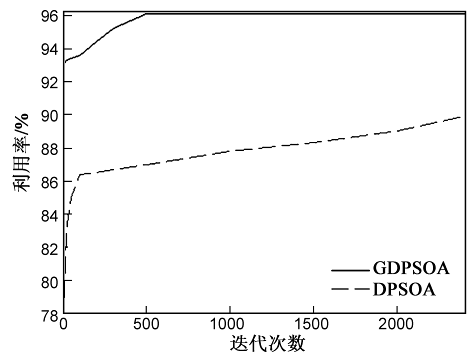

图3 本文算法与离散粒子群优化算法求解69矩形演化过程对比曲线

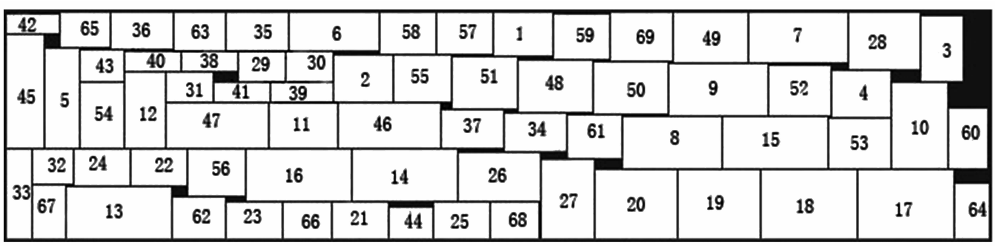

图4 本文算法求解69矩形排样问题的所得排样方案

对于数据表 3,文献[13]采用离散粒子群算法,在迭代次数为 2500,粒子数为 200 的情况下最佳结果利用率为 90.14%;而本文算法经过 20 次独立运行取平均值,迭代 500 次时趋于稳定,所得最低高度为 642,此时板材利用率为 96.17%,明显优于文献[13]所得的排样方案.本文算法和文献[13]算法求解 69 矩形的演化过程曲线对比如图 3 所示,实线为本文算法,虚线为文献[13]算法.图 4 为本文算法求得的排样方案.

7 结论

粒子群优化算法是一种新型的仿生进化计算技术,研究如何将该算法应用于求解实际问题有很大的实用价值.本文以粒子群优化算法为基础,结合遗传算法求解矩形件排样问题,并通过实验测试和对排样时间和利用率的分析,表明该算法具有排样所用时间少和排样利用率高的特点.同时,此算法对其他二维排样问题和三维布局问题都具有一定的启发意义.

参考文献

[1] Bengtsson, Bengt Erik. Packing rectangular pieces-a heuristic approach[J]. Computer Journal, 1982, 25(3): 353 – 357.

[2] Dagli, Cihan H, Poshyanonda, Pipatpong. New approaches to nesting rectangular patterns[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 1997, 8(3): 177 – 190.

[3] Hopper E, Turton B. Genetic algorithm for a 2D industrial packing problem[J]. Computers and Industrial Engineering, 1999, 37(1): 375 – 378.

[4] Bortfeldt A. A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 172(3): 814 – 837.

[5] 黄岚,王康平,周春光,庞巍,董龙江,彭利.粒子群优化算法求解旅行商问题[J].吉林大学学报(理学版),2003,41(10):477 – 480.

HUANG Lan, WANG Kang-ping, ZHOU Chun-guang, PANG Wei, DONG Long-jiang, PENG Li. Particle swarm optimization for traveling salesman problems[J]. Acta Scientiarium Naturalium Universitatis Jilinensis, 2003, 41(10): 477 - 480. (in Chinese)

[6] 张长胜,孙吉贵,欧阳丹彤. 一种自适应离散粒子群算法及其应用研究[J]. 电子学报, 2009, 2(2): 299 - 304.
ZHANG Chang-sheng, SUN Ji-gui, OUYANG Dan-tong. A self-adaptive discrete particle swarm optimization algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 2(2): 299 - 304. (in Chinese)

[7] Kennedy, Eberhart. Particle swarm optimization[A]. Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks[C]. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, IEEE Press, 1995. 1942 - 1948.

[8] 杨威,罗阳,刘胜清. 大规模矩形零件优化套排的遗传算法[J]. 四川大学学报(工学版), 2001, 33(5): 59 - 62.
YANG Wei, LUO Yang, LIU Sheng-qing. Genetic algorithm for large scale rectangular object optimal embed placement[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2001, 33(5): 59 - 62. (in Chinese)

[9] Stefan Jokobs. On genetic algorithms for the packing of polygons[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 88: 165 - 181.

[10] 贾志欣,殷国富,罗阳. 二维不规则零件排放问题的遗传算法求解[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(5): 467 - 470.
JIA Zhi-xin, Yin Guo-fu, LUO Yang. Two-dimensional irregular parts packing with genetic algorithm [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2002, 14(5): 467 - 470. (in Chinese)

[11] CHEN Zhao, CHENG Hao, LIU Lin, LIU Xin-bao. Solving the rectangular packing problem of the discrete particle swarm algorithm[A]. International Seminar on Business and Information Management [C]. US: IEEE, 2009. 2. 26 - 29.

[12] 龚志辉,黄星梅. 二维矩形件优化排样算法的改进研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2003, 30(3): 47 - 49.
GONG Zhi-hui, HUANG Xing-mei. An improved study on the algorithms of two-dimensional rectangle optimal layout [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2003, 30(3): 47 - 49. (in Chinese)

[13] 梁军,王强,程灿,常棠棠. 基于离散粒子群算法的矩形件优化排样[J]. 计算机工程与设计, 2007, 28(11): 5359 - 5510.
LIANG Jun, WANG Qiang, CHENG Can, CHANG Tangtang. Optimum packing of rectangles based on discrete particle swarm optimization [J]. Computer Engineering and Design, 2007, 28(11): 5359 - 5510. (in Chinese)

作者简介

黄　岚　女,1974 年 4 月生于江西省抚州市,博士,吉林大学计算机科学与技术学院教授,研究方向为机器学习与数据挖掘.
E-mail: huanglan@jlu.edu.cn

齐　季　男,1982 年 12 月生于吉林省伊通县,硕士研究生,主要研究方向为智能算法及其应用.
E-mail: jlytqj@tom.com

谭　颖　女,1973 年 12 月生于吉林省朝阳川镇,硕士,吉林大学计算机科学与技术学院讲师,研究方向智能信息处理.
E-mail: tanying@jlu.edu.cn

杨　滨(通讯作者)　男,1978 年 2 月生于吉林省前郭县,博士,吉林大学计算机科学与技术学院讲师主要研究方向为机器学习与数据挖掘.
E-mail: yangbin@jlu.edu.cn